

TAYLORŮV POLYNOM 3. STUPNĚ (11. PŘÍKLAD)

$$y = x^{\frac{5}{2}} - \sqrt{2-x}, \quad \text{bod } a = 1$$

1. Dopočítání druhé souřadnice

$$y_0 = 1^{\frac{5}{2}} - \sqrt{2-1} = 1 - 1 = \underline{0}$$

$[x_a; f(x_a)]$ vyšly $[1; 0]$

1. derivace

$$y' = \frac{5}{2}x^{\frac{3}{2}} - \frac{1}{2\sqrt{2-x}} \cdot (-1) = \frac{5}{2}x^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{2\sqrt{2-x}}$$

1. derivace v bodě $x = 1$

$$y'_{(x)} = \frac{5}{2}1^{\frac{3}{2}} + \frac{1}{2\sqrt{2-1}} = \frac{5}{2} + \frac{1}{2} = \frac{6}{2} = \underline{3}$$

2. derivace

$$y'' = \frac{5}{2} \cdot \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}} + \frac{-2 \cdot \frac{1}{2\sqrt{2-x}} \cdot (-1)}{(2\sqrt{2-x})^2} = \frac{15}{4}x^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{\sqrt{2-x}} \cdot \frac{1}{(2\sqrt{2-x})^2} = \frac{15}{4}\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{2-x}} \cdot \frac{1}{4(2-x)} = \frac{15}{4}\sqrt{x} + \frac{1}{4(2-x)^{\frac{3}{2}}}$$

2. derivace v bodě $x = 1$

$$y''_{(x)} = \frac{15}{4}\sqrt{1} + \frac{1}{4(2-1)^{\frac{3}{2}}} = \frac{15}{4} + \frac{1}{4} = \frac{16}{4} = \underline{4}$$

3. derivace

$$y''' = \frac{15}{4} \cdot \frac{1}{2\sqrt{x}} + \frac{-4 \cdot \frac{3}{2}(2-x) \cdot (-1)}{\left(4(2-x)^{\frac{3}{2}}\right)^2} = \frac{15}{8\sqrt{x}} + \frac{2 \cdot 3(2-x)}{16(2-x)^3} = \frac{15}{8\sqrt{x}} + \frac{6(2-x)}{16(2-x)^3} = \frac{15}{8\sqrt{x}} + \frac{3(2-x)}{8(2-x)^3} = \frac{15}{8\sqrt{x}} + \frac{3}{8(2-x)^2}$$

3. derivace v bodě $x = 1$

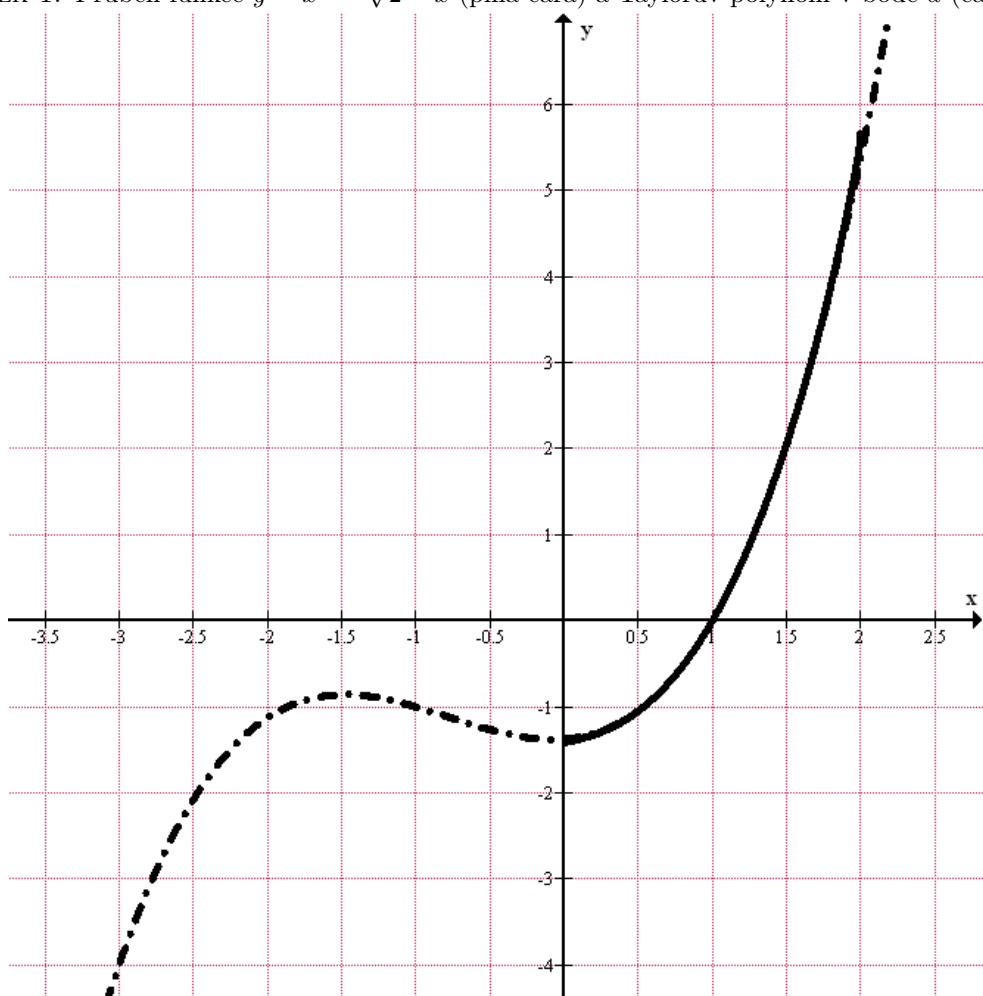
$$y'''_{(a)} = \frac{15}{8\sqrt{1}} + \frac{3}{8(2-1)^2} = \frac{15}{8} + \frac{3}{8} = \frac{18}{8} = \underline{\underline{\frac{9}{4}}}$$

TABULKA 1. Mezivýpočty pro dosazení do vzorce Taylorova polynomu k vzorovému příkladu 2

Stupeň derivace	Derivace v bodě	Koeficienty Taylorova polynomu
1.	3	$\frac{3}{1!} = \underline{3}$
2.	4	$\frac{4}{2!} = \underline{2}$
3.	$\frac{9}{4}$	$\frac{\frac{9}{4}}{3!} = \frac{\frac{9}{4}}{6} = \underline{\underline{\frac{3}{8}}}$

$$\underline{\underline{T_3 = 0 + 3(x-1) + 2(x-1)^2 + \frac{3}{8}(x-1)^3}}$$

OBRÁZEK 1. Průběh funkce $y = x^{\frac{5}{2}} - \sqrt{2-x}$ (plná čára) a Taylorův polynom v bodě a (čárkovaná)



Zdroj: program Graph