

## NEURČITÝ INTEGRÁL (PŘÍKLAD 13)

$$\int \frac{3x^2}{49 + 25x^2} dx$$

Před samotným výpočtem si funkci upravíme:

$$\frac{3x^2}{49 + 25x^2} = \frac{3}{25} \cdot \frac{25x^2}{49 + 25x^2} = \frac{3}{25} \cdot \frac{25x^2 + 49 - 49}{49 + 25x^2} = \frac{3}{25} - \frac{3 \cdot 49}{25} \cdot \frac{1}{49 + 25x^2} = \frac{3}{25} - \frac{147}{25} \cdot \frac{1}{49 + 25x^2}$$

Výpočet

$$I = I_1 - I_2 = \int \frac{3}{25} dx - \frac{147}{25} \int \frac{1}{49 + 25x^2} dx$$

$$I_1 = \int \frac{3}{25} dx = \underline{\underline{\frac{3}{25}x + C}}$$

Řešíme metodou substituce, záleží nyní na volbě, co budeme substituovat:

$$I_2 = \frac{147}{25} \int \frac{1}{49 + 25x^2} dx = \frac{147}{25} \left[ \begin{array}{l|l} 25x^2 = 49t^2 & \rightarrow \text{volba substituce} \\ 5x = 7t & \rightarrow \text{úprava před derivací (odmocnění rovnice)} \\ \frac{5}{7}x = t & \rightarrow \text{pro pozdější dosazení při výpočtu} \\ 5 dx = 7 dt & \rightarrow \text{derivace zvolené substituce - zvlášť levá a zvlášť pravá strana} \\ dx = \frac{7}{5} dt & \rightarrow \text{vyjádříme si zvlášť } x dx, \text{ protože jej potřebujeme pro dosazení do zadání} \end{array} \right.$$

Po substituci se nesmí v příkladu vyskytovat původní proměnná!

$$\frac{147}{25} \int \frac{\frac{7}{5} dt}{49 + 49t^2} = \frac{147}{25} \cdot \frac{7}{5} \cdot \frac{1}{49} \int \frac{1}{1 + t^2} dt = \frac{147}{25} \cdot \frac{1}{35} \arctg t$$

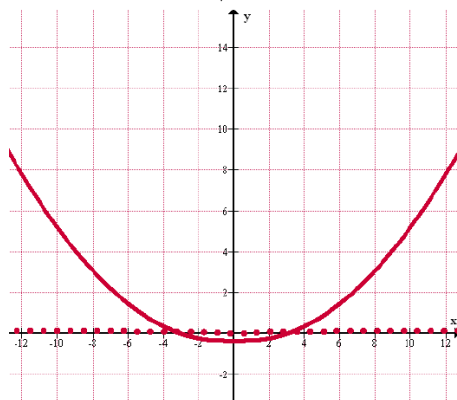
Substituce zpět

$$\frac{147}{25} \cdot \frac{1}{35} \arctg \left( \frac{5}{7}x \right) = \underline{\underline{\frac{21}{125} \arctg \left( \frac{5}{7}x \right) + C}}$$

Výsledek

$$\underline{\underline{\frac{3}{25}x - \frac{21}{125} \arctg \left( \frac{5}{7}x \right) + C}}$$

OBRÁZEK 1. Průběh funkcí  $y' = \frac{3x^2}{49 + 25x^2}$  a  $y = \frac{3}{25}x - \frac{21}{125} \arctg \left( \frac{5}{7}x \right) + C$



Zdroj: program Graph