

SKRIPTA – LIMITY

Příklady ze skript **Matematika I**, Slavík, V., Wolhmutová, M., 2004

Určete limity funkcí:

Zadání	Výsledky	Zadání	Výsledky
1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 5}{x^3 + 1}$	1✓ 3	2) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x - 3}{\log(x + 10)}$	2✓ -3
3) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 1}{x^2 - 1}$	3✓ $-\frac{3}{2}$	4) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 1}{x^2 - 1}$	4✓ Neexistuje
5) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 9}$	5✓ 0	6) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 9}$	6✓ $\frac{1}{6}$
7) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 9}$	7✓ 1	8) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2 - x - 2)^{20}}{(x^3 - 12x + 16)^{10}}$	8✓ $\left(\frac{3}{2}\right)^{10}$
9) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2}{1-x} - \frac{6}{1-x^3} \right)$	9✓ -2	10) $\lim_{x \rightarrow 2} \left(\frac{8}{x^2 - 4} - \frac{2}{x - 2} \right)$	10✓ $-\frac{1}{2}$
11) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x + 1}{x + 4}$	11✓ 3	12) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + 1}{(x^2 + 2)^2}$	12✓ 1
13) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^4}{x^3 + 1} - x \right)$	13✓ 0	14) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 + 3x - 1}{3x^3 + 2x + 4}$	14✓ 0
15) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5 + x^2 - x^3}{7 - x + 2x^3}$	15✓ $-\frac{1}{2}$	16) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 + 1}{x^2 - x + 3}$	16✓ 2
17) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^3 - 2x + 1}{x^2 + x - 1}$	17✓ ∞	18) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^3 - 2x + 1}{x^2 - 3x + 4}$	18✓ $-\infty$
19) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^4 + x + 5}{2x^2 + 3x + 4}$	19✓ ∞	20) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(2x + 1)^{10} \cdot (3x - 2)^{20}}{(2x - 3)^{30}}$	20✓ $\left(\frac{3}{2}\right)^{20}$
21) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1) \cdot \sqrt{2 - x}}{x^2 - 1}$	21✓ $\frac{1}{2}$	22) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x - 4}{2 - \sqrt{x}}$	22✓ -4
23) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{3x} - 3}{x^2 - 9}$	23✓ $\frac{1}{12}$	24) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{3x - 2}}{x^2 - 4}$	24✓ $\frac{1}{16}$
25) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3+x} - \sqrt{3}}{x}$	25✓ $\frac{1}{2\sqrt{3}}$	26) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x+4} - 1}{2(x+3)}$	26✓ $\frac{1}{4}$
27) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{x-6} + 2}{x + 2}$	27✓ $\frac{1}{12}$	28) $\lim_{x \rightarrow 16} \frac{\sqrt[4]{x} - 2}{\sqrt{x} - 4}$	28✓ $\frac{1}{4}$
29) $\lim_{x \rightarrow 2} \ln \left(\frac{\sqrt{x+2} - 2}{x - 2} \right)$	29✓ $-\ln 4$	30) $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt[3]{x-6} + 2}{x^3 + 8}$	30✓ $\frac{1}{144}$
31) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x^4 + 3} - 2x}{x^2 + 5x}$	31✓ 1	32) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{(1-x)^3}}{x \sqrt[3]{x^2}}$	32✓ 0
33) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x + \sqrt{x}} - 1}{\sqrt[3]{x} - \sqrt{x}}$	33✓ -1	34) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{x-3} - \sqrt{x})$	34✓ 0

- | | | | | | | | |
|-----|--|-----|-----------------------|-----|--|-----|---------------|
| 35) | $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x} \cdot (\sqrt{x-3} - \sqrt{x})$ | 35✓ | $-\frac{3}{2}$ | 36) | $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x}{2 + \sin x}$ | 36✓ | ∞ |
| 37) | $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}^+} \operatorname{tg} x$ | 37✓ | $-\infty$ | 38) | $\lim_{x \rightarrow 0} \cos x \cdot x^{-6}$ | 38✓ | ∞ |
| 39) | $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{2 \cos^2 x + 5 \cos x}{2 \cos^2 x - 9 \cos x}$ | 39✓ | $-\frac{5}{9}$ | 40) | $\lim_{x \rightarrow 1} \log \left(\frac{x^2 + 8x - 9}{x^2 - x} \right)$ | 40✓ | 1 |
| 41) | $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{\sin 2x}$ | 41✓ | $\frac{1}{2}$ | 42) | $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{2 \operatorname{tg}^2 x + \operatorname{tg} x - 3}{2 \operatorname{tg}^2 x - 3 \operatorname{tg} x + 1}$ | 42✓ | 5 |
| 43) | $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin 2x - \cos 2x - 1}{\cos x - \sin x}$ | 43✓ | $-\sqrt{2}$ | 44) | $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2}{\sin 2x \cdot \sin x} - \frac{1}{\sin^2 x} \right)$ | 44✓ | $\frac{1}{2}$ |
| 45) | $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin 2x}{\operatorname{tg} x}$ | 45✓ | 2 | 46) | $\lim_{x \rightarrow \pi^+} \frac{1 + \cos x}{\sin x}$ | 46✓ | 0 |
| 47) | $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin x - \cos x}{\cos 2x}$ | 47✓ | $-\frac{\sqrt{2}}{2}$ | 48) | $\lim_{x \rightarrow \infty} (x^5 + \sin 2x)$ | 48✓ | ∞ |
| 49) | $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x + \sin x}{x - \cos x}$ | 49✓ | 1 | 50) | $\lim_{x \rightarrow \infty} (2 \operatorname{arccotg} x + 3)$ | 50✓ | 3 |
| 51) | $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{x}$ | 51✓ | 0 | 52) | $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{1 + e^{\frac{1}{x}}}$ | 52✓ | $\frac{1}{2}$ |

53) Vypočítejte limity zadané funkce v hraničních bodech jejího definičního oboru

$$f(x) = \frac{1}{x-2}$$

$$D(f) = (-\infty; 2) \cup (2; \infty)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0 \quad \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0 \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \infty$$

54) Vypočítejte limity zadané funkce v hraničních bodech jejího definičního oboru

$$f(x) = \frac{1-x}{x^2+2x-3}$$

$$D(f) = \mathbb{R} \setminus \{-3; 1\}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0 \quad \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\frac{1}{4} \quad \lim_{x \rightarrow -3^-} f(x) = \infty$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0 \quad \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = -\frac{1}{4} \quad \lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = -\infty$$