

SKRIPTA – LIMITY

Příklady ze skript **Matematika I**, Slavík, V., Wolhmutová, M., 2004

Užitím l'Hospitalova pravidla vypočtěte následující limity:

Zadání	Výsledky	Zadání	Výsledky
1) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^3 + x - 30}$	1✓ $\frac{1}{7}$	2) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{e^{3x} - 2x - 1}{\sin^2 2x}$	2✓ ∞
3) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x^2} - 1}{\cos x - 1}$	3✓ -2	4) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln 2x}{\sqrt{x}}$	4✓ 0
5) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln x}{\cotg x}$	5✓ 0	6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{\frac{x}{2}} - 1}{x^2 + x}$	6✓ $\frac{1}{2}$
7) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1 - x}{e^{-x} + 1}$	7✓ 0	8) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{\sin 5x}$	8✓ $\frac{3}{5}$
9) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin^3 3x}{x^3}$	9✓ 27	10) $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\cos 2x - 1}{\tg x}$	10✓ 0
11) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \sqrt[3]{x} \cdot \ln x$	11✓ 0	12) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \ln(1 - x) \cdot \ln x$	12✓ 0
13) $\lim_{x \rightarrow 0^+} (e^x - 1) \cdot \cotg x$	13✓ 1	14) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\cotg x - \frac{1}{x} \right)$	14✓ 0
15) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\frac{x}{\cotg x} - \frac{\pi}{2 \cos x} \right)$	15✓ -1	16) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \left(\tg x + \frac{2}{2x - \pi} \right)$	16✓ 0
17) $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{x^{50} - 50x + 49}{x^{100} - 100x + 99} \right)$	17✓ $\frac{49}{198}$	18) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \left(\frac{\sqrt[3]{\tg x} - 1}{2 \sin^2 x - 1} \right)$	18✓ $\frac{1}{3}$

Následující limity počítejte oběma způsoby, tj. úpravami bez použití l'Hospitalova pravidla a s ním:

Zadání	Výsledky	Zadání	Výsledky
19) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{\sqrt{x+13} - 2\sqrt{x+1}}{x^2 - 9}$	19✓ $-\frac{1}{16}$	20) $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{\sqrt{1-x} - 3}{2 + \sqrt[3]{x}}$	20✓ -2
21) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+\tg x} - \sqrt{1-\tg x}}{\sin x}$	21✓ 1	22) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{2} - \sqrt{1+\cos x}}{\sin x}$	22✓ 0
23) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tg x - \sin x}{\sin^3 x}$	23✓ $\frac{1}{2}$	24) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^5 - (1+5x)}{x^2 + x^5}$	24✓ 10

V dalších dvou příkladech vypočtete limity dané funkce v hraničních bodech definičního oboru a nakreslete graf libovolné jiné funkce, která má ve stejných bodech stejné limity:

Zadání

25) $y = \frac{2x^2 + 5x - 3}{8x^2 - 2x - 1}$

26) $y = \frac{x^3 + 4x}{x^2 - 3x}$

Výsledky

25✓ $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{4}^+} f(x) = \infty$ $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{4}^-} f(x) = -\infty$

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \frac{1}{4}$ $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} f(x) = \frac{7}{6}$

26✓ $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\frac{4}{3}$ $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow 3^-} f(x) = -\infty$
 $\lim_{x \rightarrow 3^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = \infty$