Konvexita, konkavita

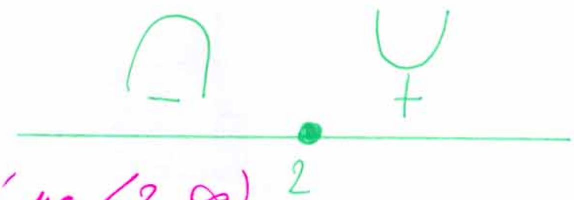
$$f(x) = x e^{-x}$$

I) Definiční obor $x \in \mathbb{R}$

II) $f'(x) = e^{-x} + x e^{-x} \cdot (-1) = e^{-x} - x e^{-x} = \underline{e^{-x}(1-x)}$

III) $f''(x) = e^{-x} \cdot (-1) \cdot (1-x) + e^{-x}(-1) = \underline{\underline{e^{-x}(x-2)}}$

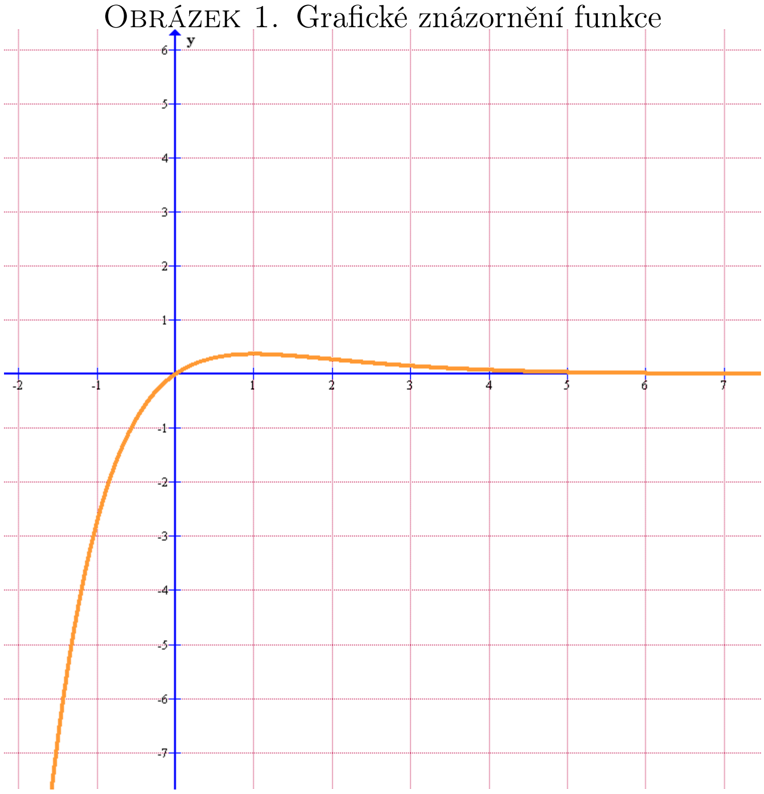
IV) Určení nulového bodu $x = 2$



Fce je konkávní na $(-\infty, +2\rangle$, konvexní na $\langle 2, \infty)$

Inflexní bod má souřadnice $[2, 2e^{-2}]$

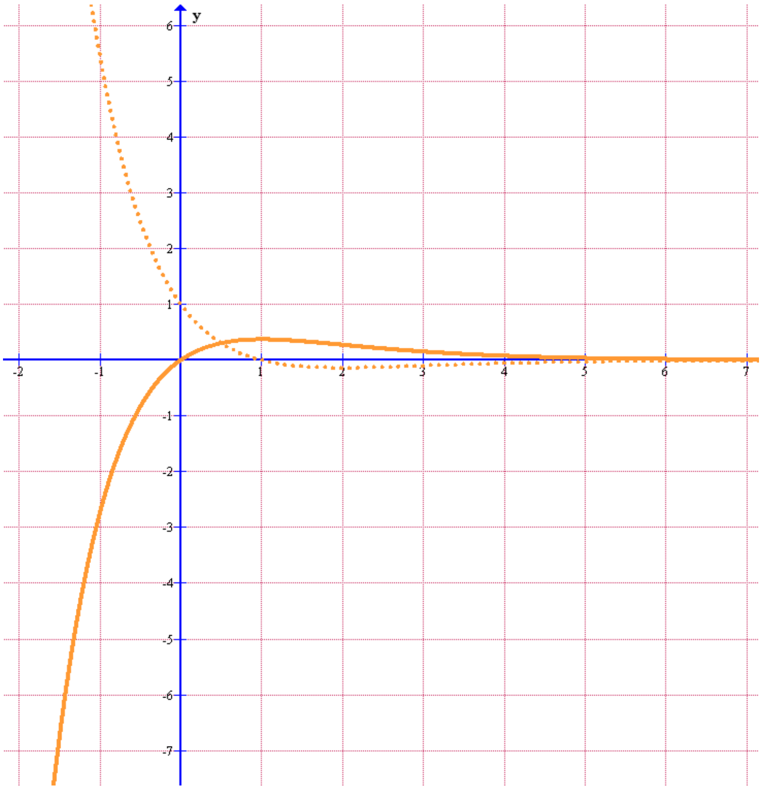
Obrázek 1. Grafické znázornění funkce



Zdroj: program Graph

Zajímá nás průběh funkce – zda a na kterých intervalech je zadaná funkce konvexní a na kterých konkávní na jejím definičním oboru.

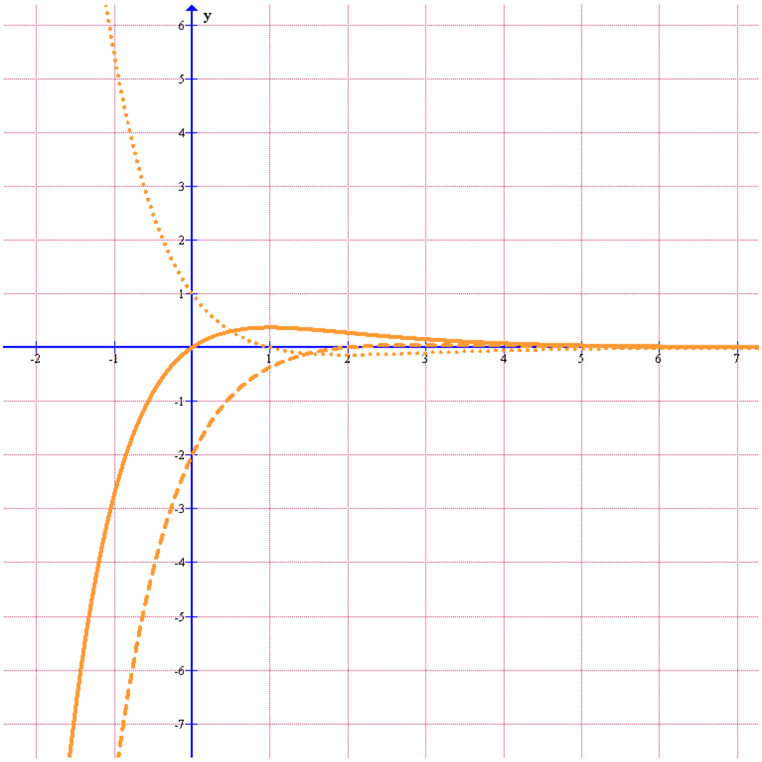
OBRÁZEK 2. Grafické znázornění funkce (plná) a její první derivace (tečkovaná)



Zdroj: program Graph

Ke zjištění konvexnosti a konkávnosti potřebujeme druhou derivaci. První derivace je tedy pouhým mezisoučtem. (Nicméně z první derivace můžeme vyčíst monotónnost funkce. Kde je původní funkce rostoucí, tam je derivace *nad* osou x. Kde je klesající, tam je *pod* osou x. V místech extrémů první derivace osu x protíná.)

Obrázek 3. Grafické znázornění funkce (plná), její první derivace (tečkovaná) a druhá derivace (čárkovaná)



Zdroj: program Graph

Kde je původní funkce konvexní, tam je druhá derivace *nad* osou x. Kde je konkávní, tam je druhá derivace *pod* osou x. V místech inflexních bodů druhá derivace osu x protíná.