

NÁVOD – EXTRÉMY

Při výpočtu extrémů mohou nastat různé situace. U zápisu výsledků se musíme vyjádřit k tomu, o jaký typ extrému se jedná, zda jde o:

$$\begin{aligned} &\text{lokální} \times \text{globální}, \\ &\text{maximum} \times \text{minimum}, \\ &\text{ostré} \times \text{neostré}. \end{aligned}$$

Zda se jedná o maximum či minimum zjistíme z y -nové souřadnice. Je rozdíl, v tom, jestli se jedná o lokální nebo globální extrém.

Pro jednoduchost budeme uvažovat pouze maximum. Extrém je lokálním maximem jestliže funkce v něm nabývá maximální y -nové hodnoty na jeho bezprostředním okolí (oboustranném). Jestliže se největší hodnota nabývá pouze v tomto jediném bodě, jedná se o extrém ostrý.

U globálního extrému funkce záleží na intervalu, na kterém danou funkci uvažujeme. Funkce může mít globální maximum v bodě, ve kterém má lokální maximum, nebo v krajním bodě (případně obou krajních bodech) příslušného intervalu. Globální maximum je ostré, pokud se na daném intervalu nabývá pouze v jednom bodě, jinak je neostré.

Vše si ukážeme na konkrétním příkladě. Máme zadanou funkci

$$y = 2 - x^2,$$

která má na celém svém definičním oboru jen jeden extrém a tím je **ostré lokální maximum** se souřadnicemi $[0; 2]$. Tento bod je neměnný, nicméně významnost a pojmenování se budou lišit s každou změnou intervalů.

Nyní si ukážeme příklad na čtyřech vybraných intervalech:

$$\langle 0; 1 \rangle$$

$$\langle -3; -1 \rangle$$

$$\langle -2; 2 \rangle$$

$$\langle -1; 3 \rangle$$

Globální ostré extrémy jsou na hranicích (Obrázek 1).

Zadaný interval $\langle 0; 1 \rangle$

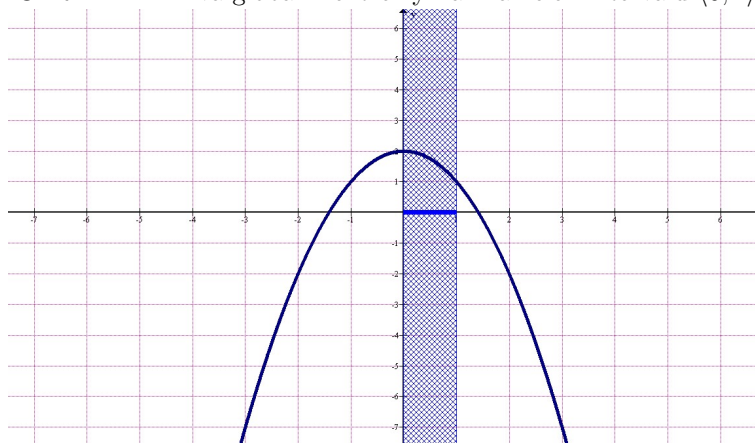
TABULKA 1. Extrémy – body z případu 1 na intervalu $\langle 0; 1 \rangle$

Extrém, který vyjde z derivace:	
$[0; 2]$	ostré globální maximum
Body na hranicích intervalů:	
$[0; 2]$	ostré globální maximum
$[1; 1]$	ostré globální minimum

Globální ostré extrémy jsou na hranicích (Obrázek 2).

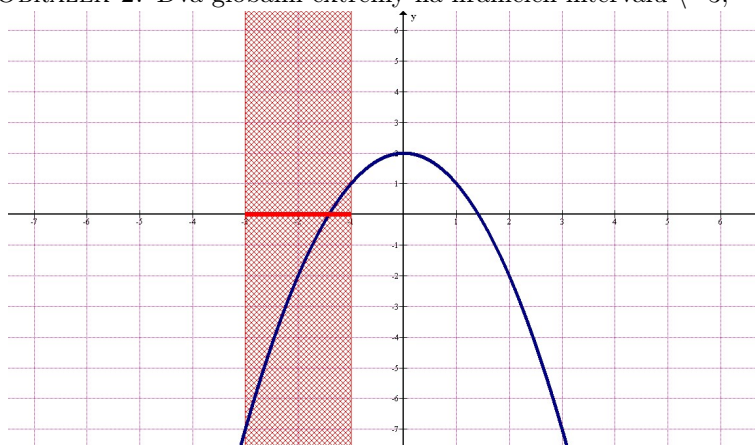
Zadaný interval $\langle -3; -1 \rangle$

OBRÁZEK 1. Dva globální extrémy na hranicích intervalu $\langle 0; 1 \rangle$



Zdroj: program Graph

OBRÁZEK 2. Dva globální extrémy na hranicích intervalu $\langle -3; -1 \rangle$



Zdroj: program Graph

TABULKA 2. Extrémy – body z případu 2 na intervalu $\langle -3; -1 \rangle$

Extrém, který vyjde z derivace:	
$[0; 2]$	bod je mimo interval, takže nás nezajímá
Body na hranicích intervalů:	
$[-3; -7]$	ostré globální minimum
$[-1; 1]$	ostré globální maximum

Neostře globální extrémy jsou na hranicích (Obrázek 3).

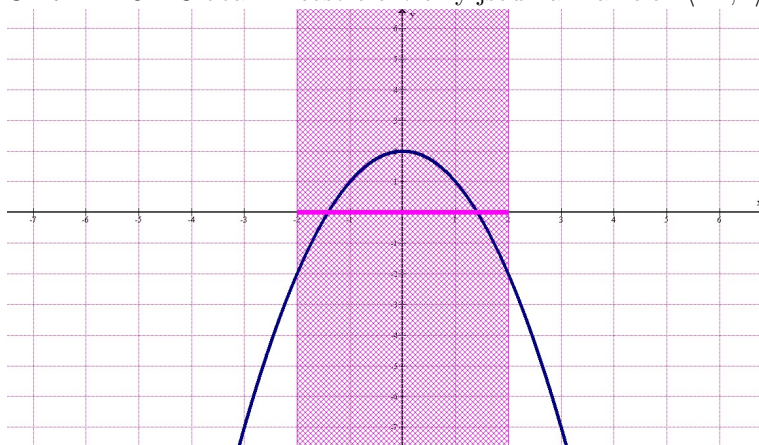
Zadaný interval $\langle -2; 2 \rangle$

TABULKA 3. Extrémy – body z případu 3 na intervalu $\langle -2; 2 \rangle$

Extrém, který vyjde z derivace:	
$[0; 2]$	ostré lokální a zároveň globální maximum
Body na hranicích intervalů:	
$[-2; -2]$	neostře globální minimum
$[2; -2]$	neostře globální minimum

Ostré lokální maximum uvnitř intervalu a ostré globální minimum na hranici (Obrázek 4).

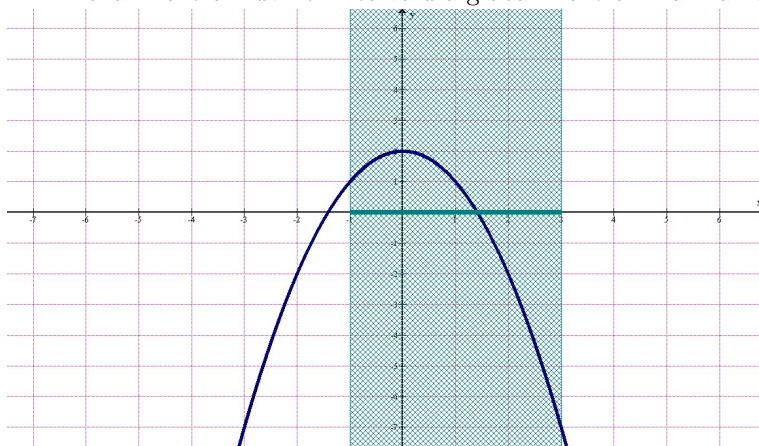
OBRÁZEK 3. Globální neostré extrémý jsou na hranicích $\langle -2; 2 \rangle$



Zdroj: program Graph

Zadaný interval $\langle -1; 3 \rangle$

OBRÁZEK 4. Lokální extrém uvnitř intervalu a globální extrém na hranici $\langle -1; 3 \rangle$



Zdroj: program Graph

TABULKA 4. Extrémy – body z případu 4 na intervalu $\langle -1; 3 \rangle$

Extrém, který vyjde z derivace:	
$[0; 2]$	ostré lokální a zároveň globální maximum
Body na hranicích intervalů:	
$[-1; 1]$	není na zadaném intervalu ani max ani min
$[3; -7]$	ostré globální minimum