

Diferenciální rovnice

$$y'' + 2y' + y = 4e^{-x}$$

$$1) \quad k^2 + 2k + 1 = 0$$

$$(k+1)^2 = 0$$

$$k_{1,2} = -1$$

$$y = C_1 e^{-x} + C_2 x e^{-x}$$

Řešení celkové rovnice: $y = C_1 e^{-x} + C_2 x e^{-x} + v(x)$

$$v(x) = Ax^2 e^{-x}$$

$$v'(x) = 2Ax e^{-x} + Ax^2 e^{-x} (-1)$$

$$v''(x) = 2A e^{-x} + 2Ax e^{-x} (-1) + 2Ax e^{-x} (-1) + Ax^2 e^{-x} (-1)(-1)$$

Dosažení do zadání:

$$(2A e^{-x} + 2Ax e^{-x} (-1) + 2Ax e^{-x} (-1) + Ax^2 e^{-x}) + 2(2Ax e^{-x} - Ax^2 e^{-x}) + Ax^2 e^{-x} = 4e^{-x}$$

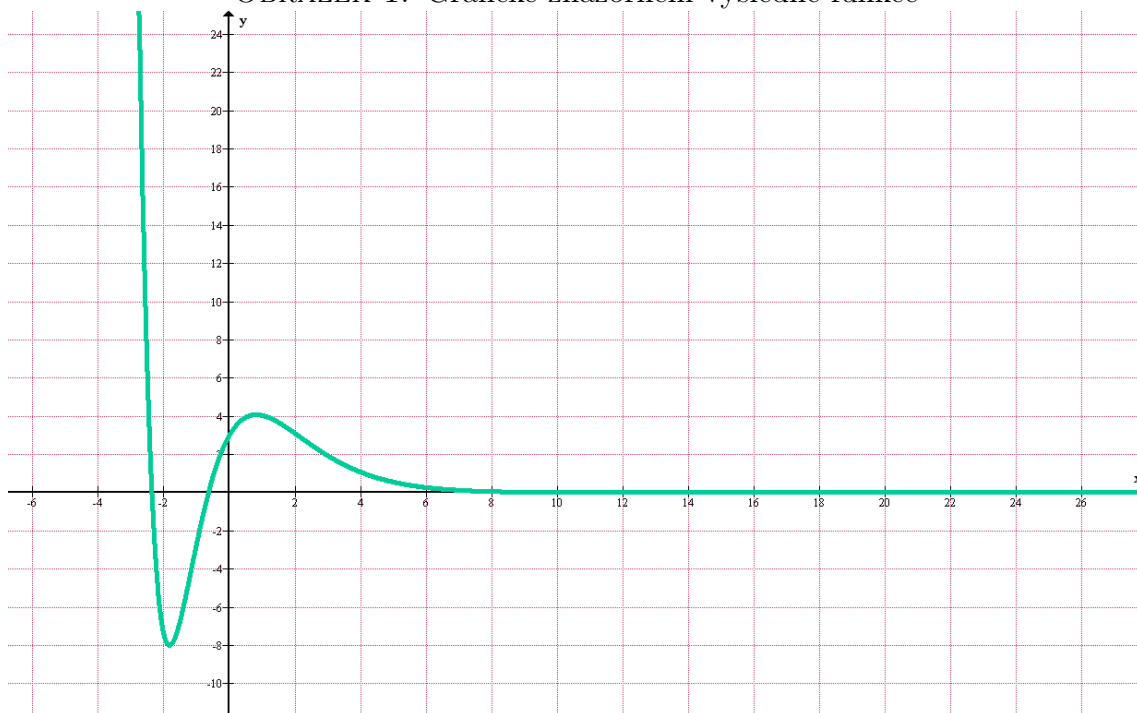
$$2A e^{-x} - 2Ax e^{-x} - 2Ax e^{-x} + Ax^2 e^{-x} + 4Ax e^{-x} - 2Ax^2 e^{-x} + Ax^2 e^{-x} = 4e^{-x}$$

$$2A = 4 \quad 2A e^{-x} = 4e^{-x}$$

$$e^{-x}: \quad 2A = 4 \Rightarrow A = 2$$

$$\underline{\underline{y = C_1 e^{-x} + C_2 x e^{-x} + 2x^2 e^{-x}}}$$

OBRÁZEK 1. Grafické znázornění výsledné funkce



Zdroj: program Graph

Neznámými v těchto rovnicích nejsou čísla, ale jsou jimi funkce. Ve výsledku se objevují C_1 a C_2 , tedy libovolně volitelné konstanty. Pro zobrazení těchto funkcí byly náhodně zvoleny konstanty $C_1 = 3$ a $C_2 = 6$.