

Diferenciální rovnice

$$xy' + y = y^2 - x^2y'$$

$$y'(x+x^2) = y^2 - y$$

$$\frac{dy}{dx}(x+x^2) = y^2 - y$$

$$\underbrace{\int \frac{dy}{y^2 - y}}_{I_1} = \underbrace{\int \frac{dx}{x+x^2}}_{I_2}$$

Příklad s parciálními zlomky

separovatelná

$$I_1 = \int \frac{dy}{y(y-1)} = \int \left(-\frac{1}{y} + \frac{1}{y-1} \right) dy =$$
$$= \int \frac{dy}{y-1} - \int \frac{dy}{y} = \underline{\ln|y-1| - \ln|y| + C_1}$$

$$I_2 = \int \frac{dx}{x(1+x)} = \int \left(\frac{1}{x} - \frac{1}{x+1} \right) dx =$$
$$= \underline{\ln|x| - \ln|x+1| + C_2}$$

$$\ln \left| \frac{y-1}{y} \right| = \ln \left| \frac{x}{x+1} \right| + \ln C$$

$$\frac{y-1}{y} = \frac{x}{x+1} \cdot K \quad / \cdot y$$

$$y-1 = \frac{Kxy}{x+1} \quad / + 1$$

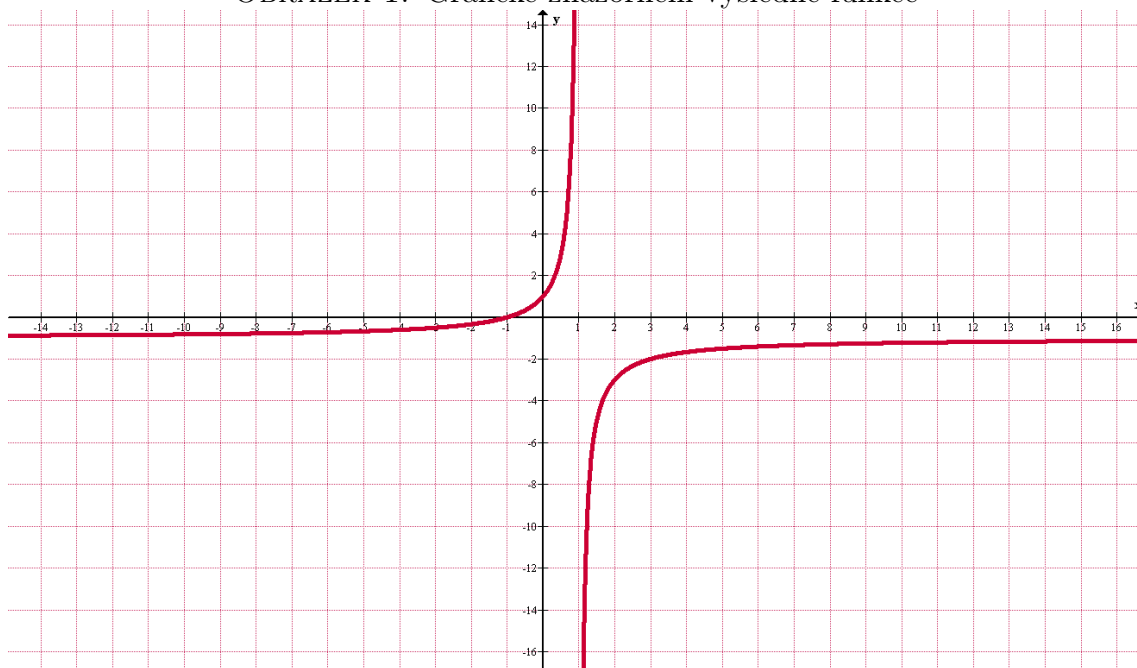
$$y - \frac{Kxy}{x+1} = 1$$

$$y \left(1 - \frac{Kx}{x+1} \right) = 1$$

$$y \left(\frac{x+1-Kx}{x+1} \right) = 1$$

$$y = \frac{x+1}{x+1-Kx}$$

OBRÁZEK 1. Grafické znázornění výsledné funkce



Zdroj: program Graph

Neznámými v těchto rovnicích nejsou čísla, ale jsou jimi funkce. Ve výsledku se objevuje C (nebo K), tedy libovolně volitelně konstanta. Pro zobrazení této funkce byla náhodně zvolena konstanta C (nebo K) = 2.