

Derivace složené funkce

Lenka Příbylová

6. března 2007

Obsah

$y = \sin 2x$	3
$y = \ln 5x$	9
$y = (3x^2 - 1)^4$	15
$y = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg}^2 x)$	20

Derivujte $y = \sin 2x$.

$$y' = (\sin 2x)'$$

Derivujte $y = \sin 2x$.

$$\begin{aligned}y' &= (\sin 2x)' \\ &= (\sin(2x))'\end{aligned}$$

Funkce je složená.

Derivujte $y = \sin 2x$.

$$\begin{aligned}y' &= (\sin 2x)' \\ &= (\sin(2x))'\end{aligned}$$

Vnější složka je funkce **sinus**.

Derivujte $y = \sin 2x$.

$$\begin{aligned}y' &= (\sin 2x)' \\ &= (\sin(2x))' \\ &= \cos(2x)\end{aligned}$$

Nejprve derivujeme **vnější složku** v proměnné $2x$

Derivujte $y = \sin 2x$.

$$\begin{aligned}y' &= (\sin 2x)' \\ &= (\sin(2x))' \\ &= \cos(2x) \cdot 2\end{aligned}$$

a násobíme derivací vnitřní složky $2x$.

Derivujte $y = \sin 2x$.

$$\begin{aligned}y' &= (\sin 2x)' \\ &= (\sin(2x))' \\ &= \cos(2x) \cdot 2 \\ &= 2 \cos 2x\end{aligned}$$

Derivujte $y = \ln 5x$.

$$y' = (\ln 5x)'$$

Derivujte $y = \ln 5x$.

$$\begin{aligned}y' &= (\ln 5x)' \\ &= (\ln(5x))'\end{aligned}$$

Funkce je složená.

Derivujte $y = \ln 5x$.

$$\begin{aligned}y' &= (\ln 5x)' \\ &= (\ln(5x))'\end{aligned}$$

Vnější složka je funkce **přirozený** logaritmus.

Derivujte $y = \ln 5x$.

$$\begin{aligned}y' &= (\ln 5x)' \\ &= (\ln(5x))' \\ &= \frac{1}{5x}\end{aligned}$$

Nejprve derivujeme **vnější složku** v proměnné $5x$

Derivujte $y = \ln 5x$.

$$\begin{aligned}y' &= (\ln 5x)' \\ &= (\ln(5x))' \\ &= \frac{1}{5x} \cdot 5\end{aligned}$$

a násobíme derivací vnitřní složky $5x$.

Derivujte $y = \ln 5x$.

$$\begin{aligned}y' &= (\ln 5x)' \\ &= (\ln(5x))' \\ &= \frac{1}{5x} \cdot 5 \\ &= \frac{1}{x}\end{aligned}$$

Upravíme.

Derivujte $y = (3x^2 - 1)^4$.

$$y' = ((3x^2 - 1)^4)'$$

Funkce je složená.

Derivujte $y = (3x^2 - 1)^4$.

$$y' = ((3x^2 - 1)^4)'$$

Vnější složka je funkce **čtvrtá mocnina**.

Derivujte $y = (3x^2 - 1)^4$.

$$\begin{aligned}y' &= ((3x^2 - 1)^4)' \\ &= 4(3x^2 - 1)^3\end{aligned}$$

Nejprve derivujeme **vnější složku** v proměnné $3x^2 - 1$

Derivujte $y = (3x^2 - 1)^4$.

$$\begin{aligned}y' &= ((3x^2 - 1)^4)' \\ &= 4(3x^2 - 1)^3 \cdot 6x\end{aligned}$$

a násobíme derivací vnitřní složky $3x^2 - 1$.

Derivujte $y = (3x^2 - 1)^4$.

$$\begin{aligned}y' &= ((3x^2 - 1)^4)' \\ &= 4(3x^2 - 1)^3 \cdot 6x \\ &= 24x(3x^2 - 1)^3\end{aligned}$$

Upravíme.

Derivujte $y = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg}^2 x)$.

$$y' = (\operatorname{arctg}(\operatorname{tg}^2 x))'$$

Funkce je složená.

Derivujte $y = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg}^2 x)$.

$$y' = (\operatorname{arctg}(\operatorname{tg}^2 x))'$$

Vnější složka je funkce **arkustangens**.

Derivujte $y = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg}^2 x)$.

$$\begin{aligned} y' &= (\operatorname{arctg}(\operatorname{tg}^2 x))' \\ &= \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^4 x} \end{aligned}$$

Nejprve derivujeme **vnější složku** v proměnné $\operatorname{tg}^2 x$

Derivujte $y = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg}^2 x)$.

$$\begin{aligned}y' &= (\operatorname{arctg}(\operatorname{tg}^2 x))' \\ &= \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^4 x} \cdot 2 \operatorname{tg} x\end{aligned}$$

a násobíme derivací vnitřní složky, což je zase složená funkce jejíž vnější složkou je **druhá mocnina** a vnitřní složkou je funkce $\operatorname{tg} x$.

Derivujte $y = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg}^2 x)$.

$$\begin{aligned}y' &= (\operatorname{arctg}(\operatorname{tg}^2 x))' \\ &= \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^4 x} \cdot 2 \operatorname{tg} x \cdot \frac{1}{\cos^2 x}\end{aligned}$$

Nakonec násobíme derivací další vnitřní složky $\operatorname{tg} x$.

Derivujte $y = \operatorname{arctg}(\operatorname{tg}^2 x)$.

$$\begin{aligned}y' &= (\operatorname{arctg}(\operatorname{tg}^2 x))' \\&= \frac{1}{1 + \operatorname{tg}^4 x} \cdot 2 \operatorname{tg} x \cdot \frac{1}{\cos^2 x} \\&= \frac{2 \operatorname{tg} x}{\cos^2 x (1 + \operatorname{tg}^4 x)}\end{aligned}$$

Upravíme.