

APLIKACE URČITÉHO INTEGRÁLU:

Délka křivky

$$f(x) = \sqrt{1-x^2}$$

$$x \in \langle 0; \frac{1}{2} \rangle$$

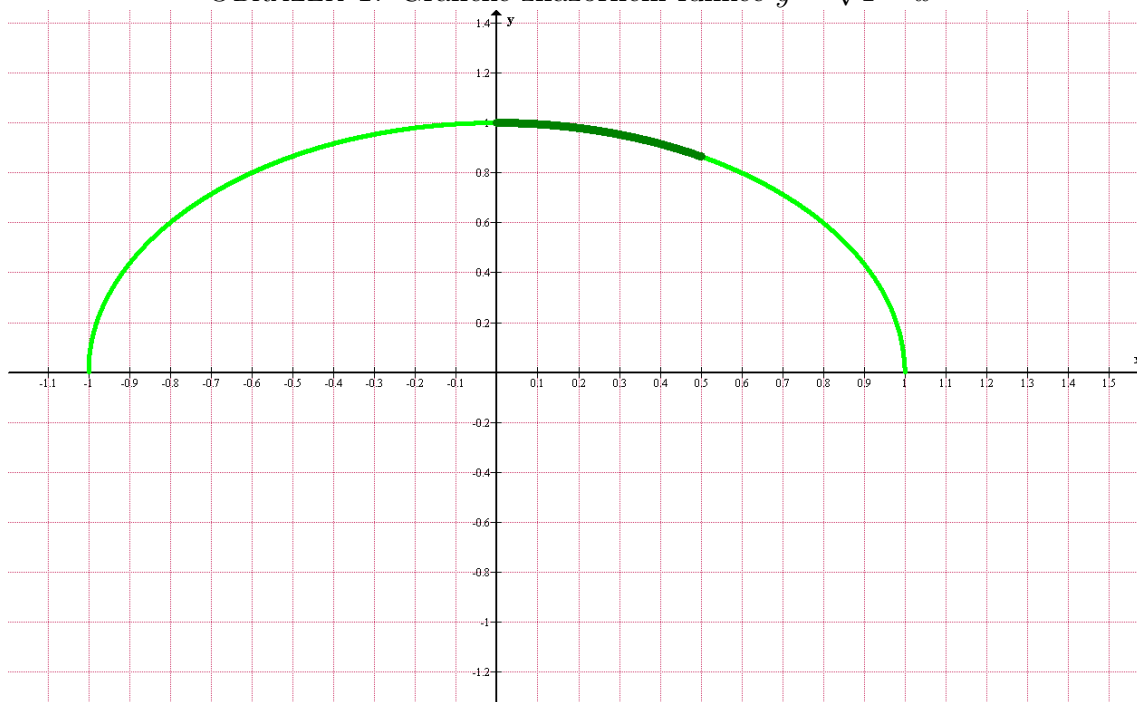
$$L = \int_0^{\frac{1}{2}} \sqrt{1 + \frac{x^2}{1-x^2}} dx = \int_0^{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{1-x^2+x^2}{1-x^2}} dx = \int_0^{\frac{1}{2}} \sqrt{\frac{1}{1-x^2}} dx = \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} dx =$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{1-x^2}} \cdot (-2x) = \left(\frac{-x}{\sqrt{1-x^2}} \right)^2 = \frac{x^2}{1-x^2}$$

$$= \left[\arcsin x \right]_0^{\frac{1}{2}} = \arcsin \frac{1}{2} - \arcsin 0 = \arcsin \frac{1}{2} = \underline{\underline{\frac{\pi}{6}}}$$

Délka křivky $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ na intervalu $x \in \langle 0; \frac{1}{2} \rangle$ je $\underline{\underline{\frac{\pi}{6}}}$ délkových jednotek

OBRÁZEK 1. Grafické znázornění funkce $y = \sqrt{1 - x^2}$



Zdroj: program Graph