Lokální extrémy 2 proměnných

$$f(x,y) = x^2 + 3y^2 - 3xy - 9x + 15y + 5$$

I) $x \in R^2$

II) $\frac{\delta f}{\delta x} = 2x - 3y - 9 \rightarrow -3y + 2x - 9 = 0 \quad / \cdot 2$

$\frac{\delta f}{\delta y} = 6y - 3x + 15 \rightarrow$

$$\left\{\begin{array}{l} -6y + 4x - 18 = 0 \\ 6y - 3x + 15 = 0 \end{array}\right.$$

$$x - 3 = 0$$

$$\underline{\underline{x = 3}} \rightarrow \underline{\underline{y = -1}}$$

III) Podezřelý bod $[3, -1]$

IV) $\frac{\delta^2 f}{\delta x^2} = 2 \qquad \frac{\delta^2 f}{\delta y^2} = 6 \qquad \frac{\delta^2 f}{\delta x \delta y} = -3 = \frac{\delta^2 f}{\delta y \delta x} = -3$

$$Det(3,-1) = \begin{vmatrix} 2 & -3 \\ -3 & 6 \end{vmatrix} = 12 - 9 = \underline{3 > 0}$$

Lze rozhodnout

$\frac{\delta^2 f}{\delta x^2} > 0 = \text{minimum}$

V bodě $[3, -1, -14]$ je ostré lokální minimum.