

URČITÝ INTEGRÁL

Určitý integrál má narozdíl od neurčitého vymezené hranice. Vychází konkrétní čísla, k výsledkům se tedy již nepřipisuje „ $+C$ “. Určitý integrál vyjadřuje hodnotu mezi osou x a zadanou přímkou.

PŘÍKLADY S KONSTANTOU

Zadání: $y = 5$

Výpočet z Obrázku 1: Jedná se v podstatě o obdélník, výsledek dostaneme výpočtem strana krát strana. $5 \cdot 6 = \underline{30}$. Nebo můžeme jednoduše spočítat počet dílčích čtverečků.

Hranice: $\langle 0, 6 \rangle$

Výpočet integrálem: $\int_0^6 5 \, dx = [5x]_0^6 = [5 \cdot 6 - 5 \cdot 0] = 30 - 0 = \underline{30}$

Zadání: $y = -5$

Výpočet z Obrázku 2: Jde o stejný obrazec, ovšem pod osou x . Výsledek je tedy stejný, jen s opačným znaménkem.

Hranice: $\langle 0, 6 \rangle$

Výpočet integrálem: $\int_0^6 -5 \, dx = [5x]_0^6 = [(-5) \cdot 6 - (-5) \cdot 0] = -30 - 0 = \underline{\underline{-30}}$

OBRÁZEK 1. Průběh funkce $y = 5$ a vymezení plochy v hranicích $\langle 0, 6 \rangle$



Zdroj: program Graph

PŘÍKLADY S PŘÍMKOU

Zadání: $y = x$

Výpočet z Obrázku 3: Zaprvé lze spočítat jednotlivé čtverečky. Obrázek obsahuje 10 celých čtverců a 5 malých trojúhelníků (polovičních čtverců). Očekávaný výsledek je tedy 12,5 p. j. Nebo můžeme celý trojúhelník chápat jako polovinu velkého čtverce a dopočítat se výsledku dle vzorce $\frac{\text{strana krát strana}}{2} = \frac{5 \cdot 5}{2} = \frac{25}{2} = \underline{\underline{12,5 \text{ p. j.}}}$

Hranice: $\langle 0, 5 \rangle$ **Výpočet integrálem:** $\int_0^5 x \, dx = \left[\frac{x^2}{2} \right]_0^5 = \left[\frac{5^2}{2} - \frac{0^2}{2} \right] = \frac{25}{2} - 0 = \underline{\underline{12,5}}$

Zadání: $y = x$ **Výpočet z Obrázku 4:** Plochy po obou stranách osy y jsou stejné a tedy se navzájem odečtou.

Hranice: $\langle -5, 0 \rangle$ **Výpočet integrálem:** $\int_{-5}^0 x \, dx = \left[\frac{x^2}{2} \right]_{-5}^0 = \left[\frac{0^2}{2} - \frac{(-5)^2}{2} \right] = \frac{0}{2} - \frac{25}{2} = \underline{\underline{0}}$

Zadání: $y = x$ **Výpočet z Obrázku 5:** Jde o stejný trojúhelník jako na Obrázku 3, výsledek má ovšem opět opačné znaménko.

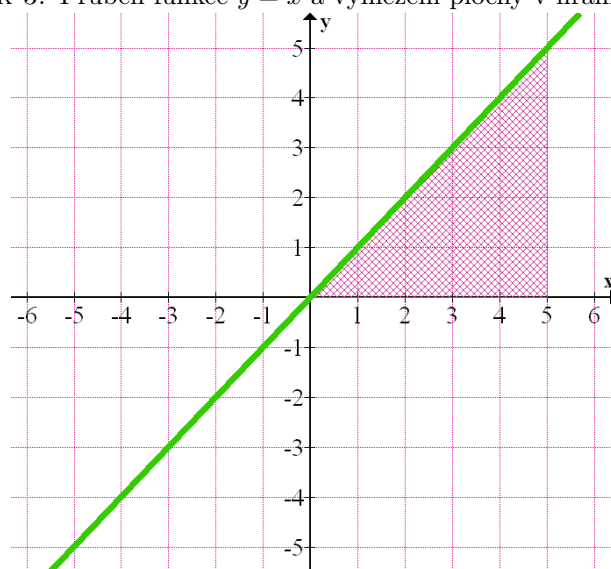
Hranice: $\langle -5, 5 \rangle$ **Výpočet integrálem:** $\int_{-5}^0 x \, dx = \left[\frac{x^2}{2} \right]_{-5}^0 = \left[\frac{0^2}{2} - \frac{(-5)^2}{2} \right] = 0 - \frac{25}{2} = \underline{\underline{-12,5}}$

OBRÁZEK 2. Průběh funkce $y = -5$ a vymezení plochy v hranicích $\langle 0, 6 \rangle$



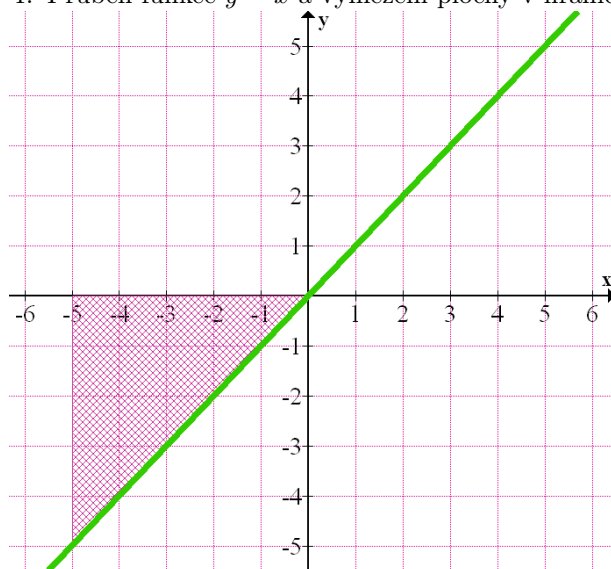
Zdroj: program Graph

OBRÁZEK 3. Průběh funkce $y = x$ a vymezení plochy v hranicích $\langle 0, 5 \rangle$



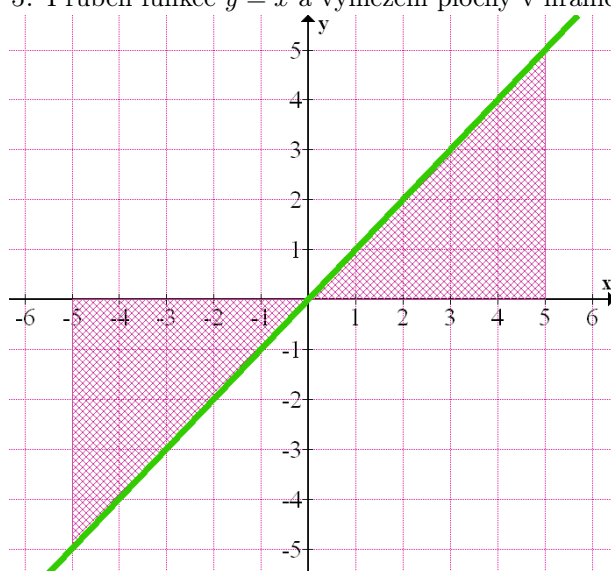
Zdroj: program Graph

OBRÁZEK 4. Průběh funkce $y = x$ a vymezení plochy v hranicích $\langle -5, 0 \rangle$



Zdroj: program Graph

OBRÁZEK 5. Průběh funkce $y = x$ a vymezení plochy v hranicích $\langle -5, 5 \rangle$



Zdroj: program Graph