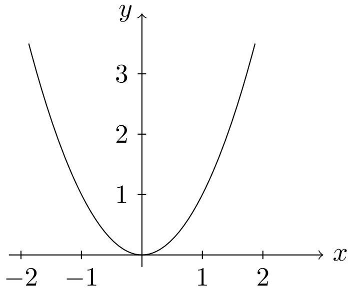
MONOTONIE – KONKRÉTNÍ PŘÍKLAD

Na následujícím příkladu si ukážeme výpočet monotonií 3 způsoby na jedné funkci.

(1) Např.: máme zadaný předpis funkce $y = x^2$. Tento předpis je tak jednoduchý, že jej dokážeme okamžitě nakreslit. Z nákresu je zřejmé, kde funkce roste a kde klesá.

Obrázek 1. Průběh funkce $y = x^2$



- funkce $y = x^2$ klesá na intervalu $(\infty; 0\rangle$
- funkce $y = x^2$ roste na intervalu $\langle 0; \infty)$

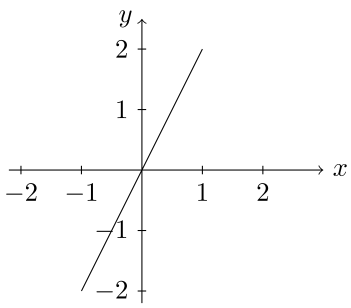
(2) Nyní vezmeme tuto funkci, ale budeme postupovat matematicky. Zjistíme monotonii přes derivace, nikoli z obrázku.

(a) Definiční obor $x \in \mathbb{R}$

(b) Derivace zadané funkce je $y' = 2x$, což je nová funkce. My si ji nyní opět nakreslíme.

Protože jsme zvolili jednoduchý předpis, je jednoduchá i derivace jednoduchá a snadno ji nakreslíme:

Obrázek 2. Průběh funkce $y' = 2x$



Derivace a původní funkce mají k sobě speciální vztah, kterého budeme u výpočtu monotonií využívat. Když je na daném intervalu funkce rostoucí, jsou funkční hodnoty (y-nové souřadnice) kladné a naopak když původní funkce klesá, jsou funkční hodnoty první derivace záporné.

- funkce $y = x^2$ klesá na intervalu $(\infty; 0\rangle$
- funkce $y = x^2$ roste na intervalu $\langle 0; \infty)$

(3) Protože většina předpisů i jejich derivací je však tak složitá, že si je nedokážeme nakreslit, spoléháme se na matematický výpočet až do konce. Celý postup je následující:

(a) Definiční obor $x \in \mathbb{R}$

(b) Derivace zadané funkce je $y' = 2x$

(c) Zjištění nulových bodů – položíme první derivaci do rovnosti s nulou

$2x = 0$

$x = 0$

(d) Zjištění znamének na intervalech, které vzniknou rozdělením číselné osy nulovými body.

Nulový bod v našem případě vyšel jen jeden, $x = 0$.

Máme tedy dva intervaly, $(\infty; 0\rangle$ a $\langle 0; \infty)$. Jde tedy jen o to, zjistit průběh zadané funkce.

Dosadíme vždy libovolně zvolené číslo **z** intervalu. + znamená, že funkce roste a − značí, že je funkce na daném intervalu klesající.

$(\infty; 0\rangle$	př. číslo -3	dosadíme číslo za x do první derivace	y'	$=$	$2 \cdot (-3);$	y'	$=$	-6	$\boxed{-}$
$\langle 0; \infty)$	př. číslo 5	dosadíme číslo za x do první derivace	y'	$=$	$2 \cdot (5);$	y'	$=$	10	$\boxed{+}$

- funkce $y = x^2$ klesá na intervalu $(\infty; 0\rangle$
- funkce $y = x^2$ roste na intervalu $\langle 0; \infty)$

Ze všech způsobů vychází stejný výsledek!