Konvexita, konkávita

$$f(x) = \ln\left(16 + 9x^2\right)$$

I) Definiční obor $16 + 9x^2 > 0$ $\quad x \in R$

II) $f'(x) = \dfrac{1}{16 + 9x^2} \cdot 18x = \dfrac{18x}{16 + 9x^2}$

III) $f''(x) = \dfrac{18(16 + 9x^2) - 18x \cdot (18x)}{(16 + 9x^2)^2} = \dfrac{18(16 - 9x^2)}{(16 + 9x^2)^2}$

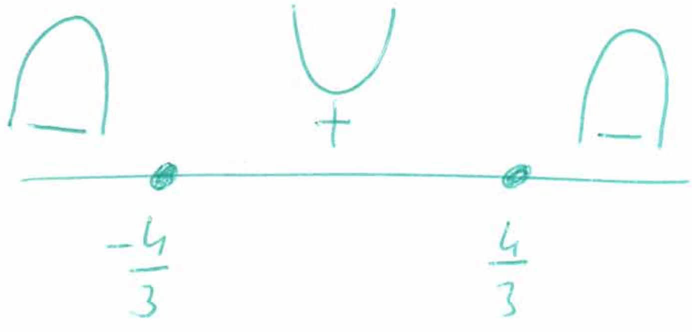
IV) Nulové body – ze čitatele (Jmenovatel je díky 2. mocnině stále +) a sám o sobě je nenulový

$$16 - 9x^2 = 0$$

$$9x^2 = 16$$

$$x^2 = \frac{16}{9}$$

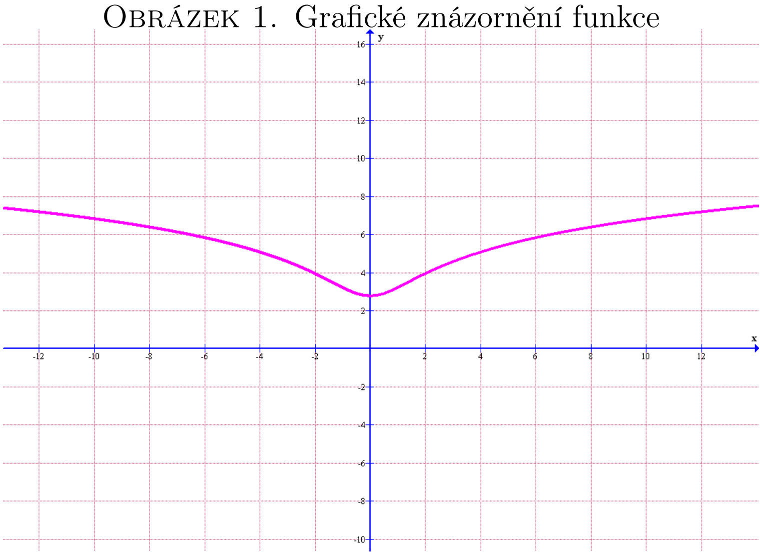
$$\underline{\underline{x = \pm \frac{4}{3}}}$$



Funkce je konkávní na intervalu $(-\infty, -\frac{4}{3})$ a na $\langle \frac{4}{3}, \infty)$

konvexní na intervalu $\langle -\frac{4}{3}, \frac{4}{3} \rangle$

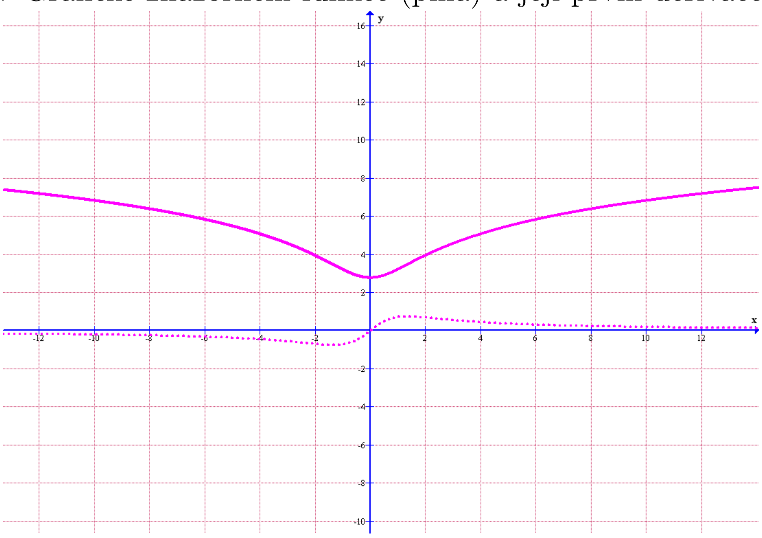
Obrázek 1. Grafické znázornění funkce



Zdroj: program Graph

Zajímá nás průběh funkce – zda a na kterých intervalech je zadaná funkce konvexní a na kterých konkávní na jejím definičním oboru.

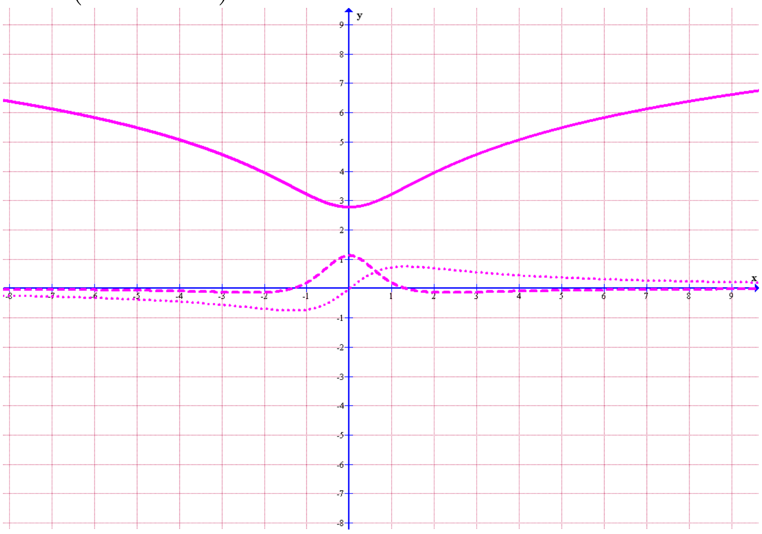
Obrázek 2. Grafické znázornění funkce (plná) a její první derivace (tečkovaná)



Zdroj: program Graph

Ke zjištění konvexnosti a konkávnosti potřebujeme druhou derivaci. První derivace je tedy pouhým mezisoučtem. (Nicméně z první derivace můžeme vyčíst monotónnost funkce. Kde je původní funkce rostoucí, tam je derivace *nad* osou x. Kde je klesající, tam je *pod* osou x. V místech extrémů první derivace osu x protíná.)

OBRÁZEK 3. Grafické znázornění funkce (plná), její první derivace (tečkovaná) a druhá derivace (čárkovaná)



Zdroj: program Graph

Kde je původní funkce konvexní, tam je druhá derivace *nad* osou x. Kde je konkávní, tam je druhá derivace *pod* osou x. V místech inflexních bodů druhá derivace osu x protíná.