

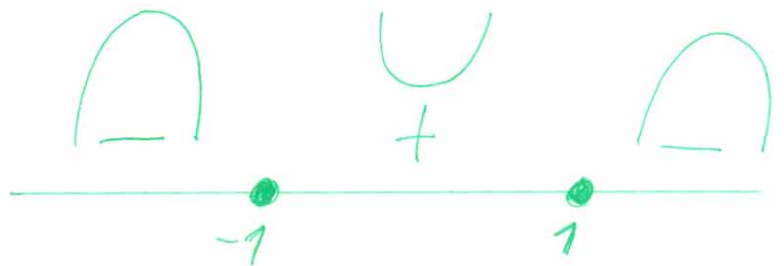
Konvexita, konkávita $f(x) = \ln(1+x^2)$

I) Definiční obor $x \in \mathbb{R}$

$$II) f'(x) = \frac{1}{1+x^2} \cdot 2x = \frac{2x}{1+x^2}$$

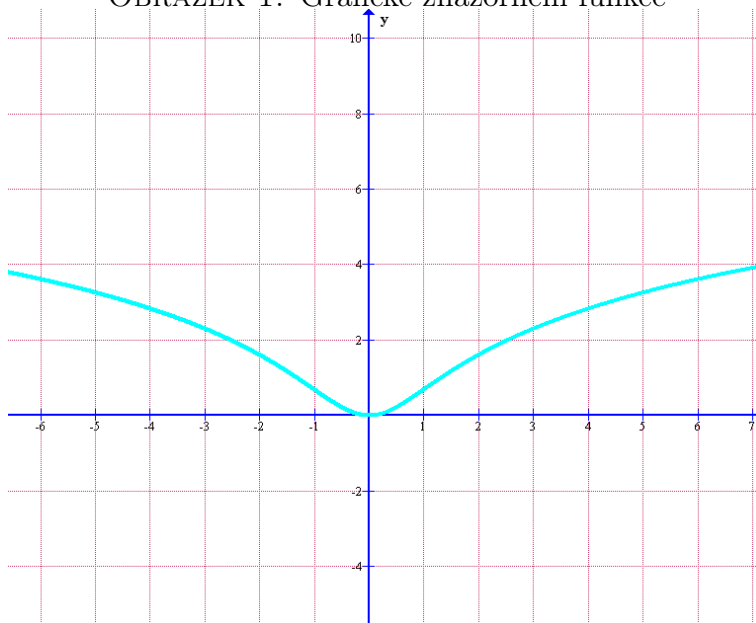
$$III) f''(x) = \frac{2(1+x^2) - 2x \cdot 2x}{(1+x^2)^2} = \frac{2+2x^2-4x^2}{(1+x^2)^2} = \frac{2-2x^2}{(1+x^2)^2} = \frac{2(1-x^2)}{(1+x^2)^2}$$

IV) Nulové body $1-x^2=0$
 $x^2=1$
 $|x|=1$



Funkce je konkávní $(-\infty, -1)$ "a na" $(1, \infty)$, konvexní na $(-1, 1)$
Mezi intervaly se užívá monotonie a k k nepoužijí vají' značky 'sjednoceno' "U"

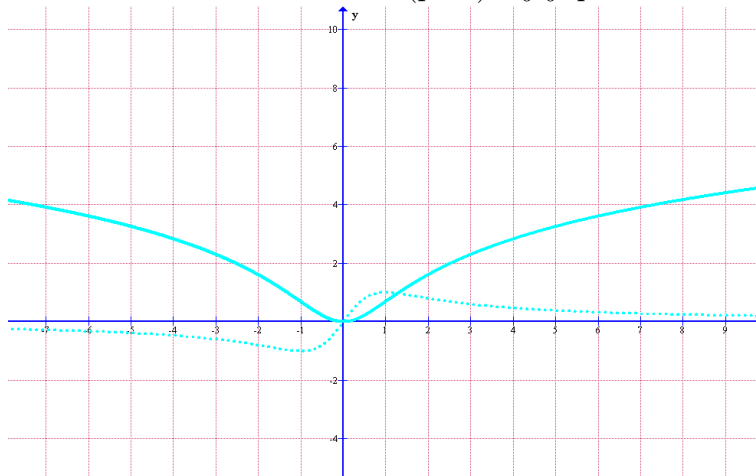
OBRÁZEK 1. Grafické znázornění funkce



Zdroj: program Graph

Zajímá nás průběh funkce – zda a na kterých intervalech je zadaná funkce konvexní a na kterých konkávní na jejím definičním oboru.

OBRÁZEK 2. Grafické znázornění funkce (plná) a její první derivace (tečkovaná)

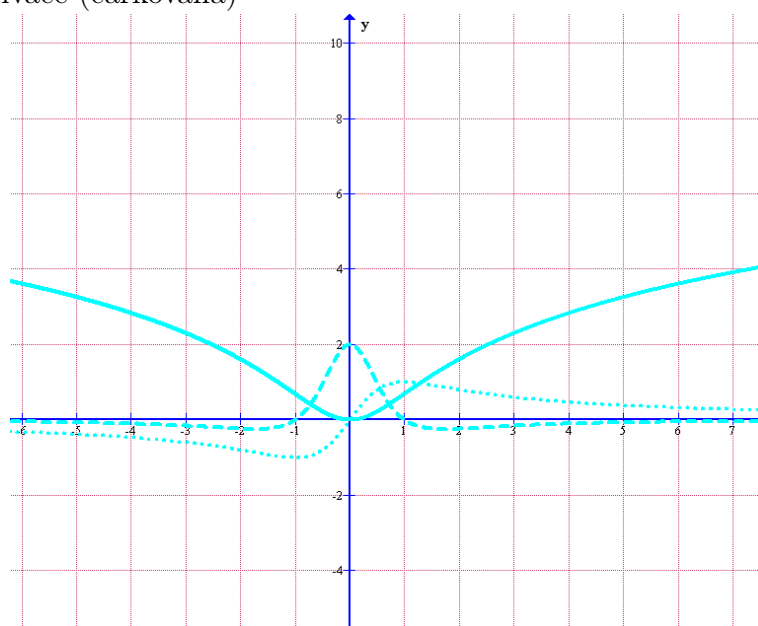


Zdroj: program Graph

Ke zjištění konvexnosti a konkávnosti potřebujeme druhou derivaci. První derivace je tedy pouhým mezisoučtem. (Nicméně z první derivace můžeme vyčíst monotónnost funkce. Kde je původní funkce rostoucí, tam je derivace *nad* osou x . Kde je klesající, tam je *pod* osou x .

V místech extrémů první derivace osu x protíná.)

OBRÁZEK 3. Grafické znázornění funkce (plná), její první derivace (tečkovaná) a druhá derivace (čárkovaná)



Zdroj: program Graph

Kde je původní funkce konvexní, tam je druhá derivace *nad* osou x . Kde je konkávní, tam je druhá derivace *pod* osou x . V místech inflexních bodů druhá derivace osu x protíná.