

## NÁVOD – EXTRÉMY

Při výpočtu globálních a lokálních extrémů mohou nastat různé situace, pojďme si je společně projít.

U zápisu výsledků se musíme vyjádřit k tomu, o jaký typ extrému se jedná, zda jde o:

lokální  $\times$  globální  
maximum  $\times$  minimum  
ostré  $\times$  neostré

Co tyto charakteristiky znamenají? Zda se jedná o maximum či minimum zjistíme z  $y$ -nové souřadnice.

Je rozdíl, v tom, jestli se jedná o lokální nebo globální extrém. Pro jednoduchost budeme uvažovat pouze maximum.

Bod  $X$  je bodem lokálního maxima jestliže funkce v něm nabývá maximální  $y$ -nové hodnoty na jeho bezprostředním okolí (oboustranném). Jestliže se největší hodnota nabývá pouze v tomto jediném bodě, jedná se o extrém ostrý.

U globálního extrému funkce záleží na intervalu, na kterém danou funkci uvažujeme. Funkce může mít globální maximum v bodě, ve kterém má lokální maximum, nebo v krajním bodě (případně obou krajních bodech) příslušného intervalu. Globální maximum je ostré, pokud se na daném intervalu nabývá pouze v jednom bodě, jinak je neostré.

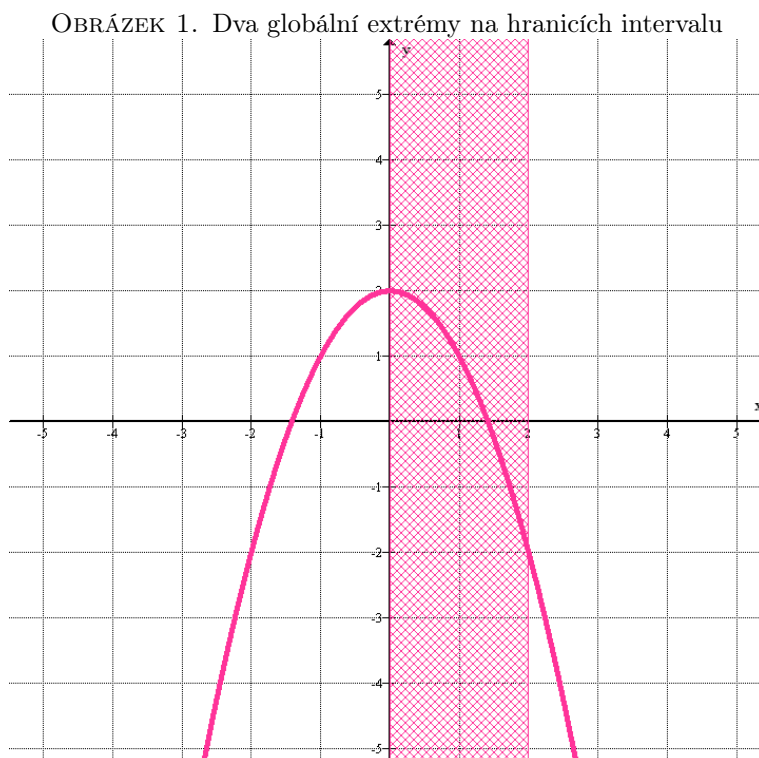
Vše si ukážeme na konkrétním příkladě. Máme zadanou funkci  $y = 2 - x^2$ , která má jeden extrém a tím je **ostré lokální maximum** se souřadnicemi  $[0; 2]$ . Tento bod je neměnný, nicméně významnost a pojmenování se budou lišit.

Nyní si ukážeme možné varianty zadání intervalů na funkci:

$$y = 2 - x^2$$

**Globální ostré extrémy jsou na hranicích (Obrázek 1).**

Zadaný interval  $\langle 0; 2 \rangle$



Zdroj: program Graph

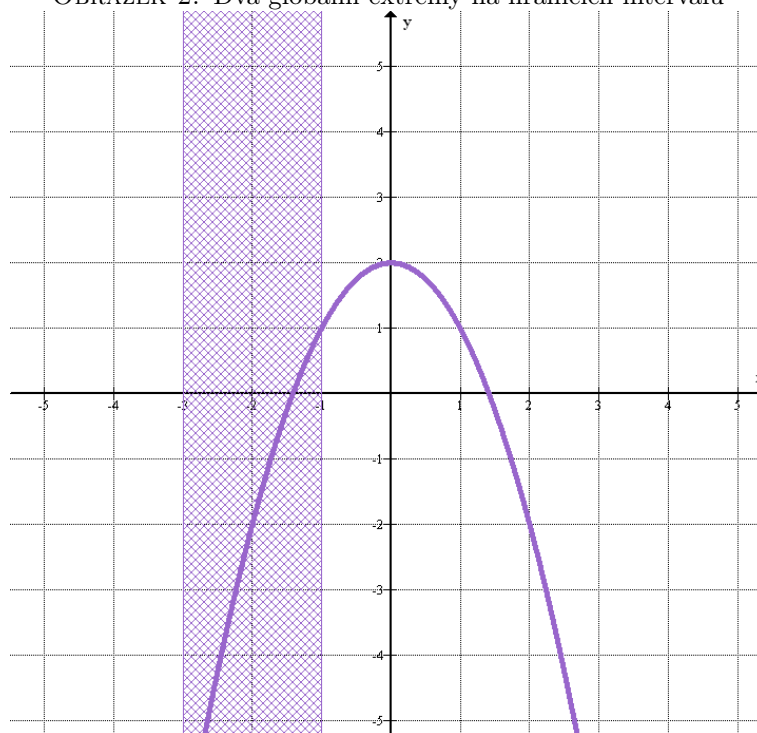
TABULKA 1. Extrémy – body z případu 1

Extrém, který vyjde z derivace:	
[0; 2]	ostré globální maximum
Body na hranicích intervalů:	
[0; 2]	ostré globální maximum
[2; -2]	ostré globální minimum

Globální ostré extrémy jsou na hranicích (Obrázek 2).

Zadaný interval  $\langle -3; -1 \rangle$

OBRÁZEK 2. Dva globální extrémy na hranicích intervalu



Zdroj: program Graph

TABULKA 2. Extrémy – body z případu 2

Extrém, který vyjde z derivace:	
[0; 2]	bod je mimo interval, takže nás nezajímá
Body na hranicích intervalů:	
[-3; -7]	ostré globální minimum
[-1; 1]	ostré globální maximum

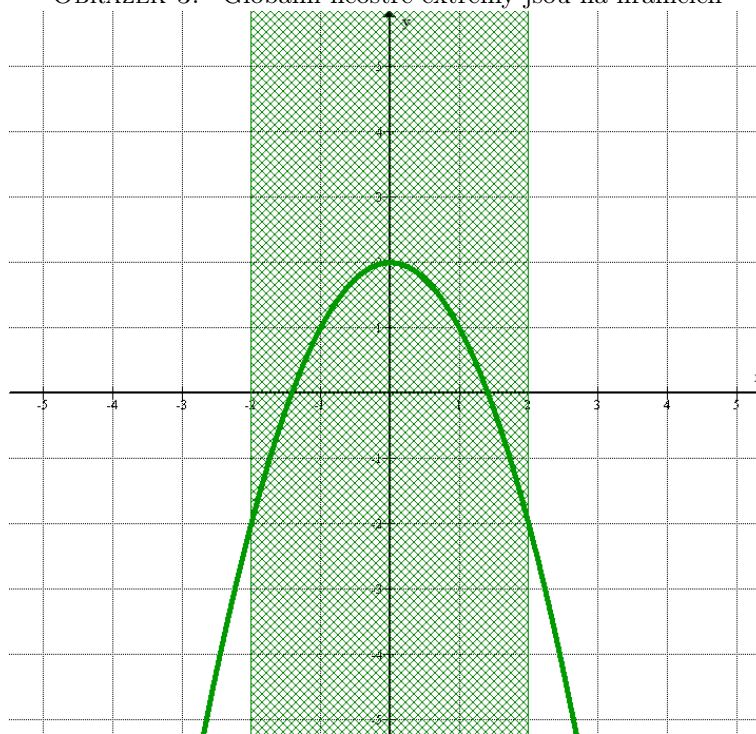
Neostré globální extrémy jsou na hranicích (Obrázek 3).

Zadaný interval  $\langle -2; 2 \rangle$

Ostré lokální maximum uvnitř intervalu a ostré globální minimum na hranici (Obrázek 4).

Zadaný interval  $\langle -1; 5 \rangle$

OBRÁZEK 3. Globální neostře extrémů jsou na hranicích



Zdroj: program Graph

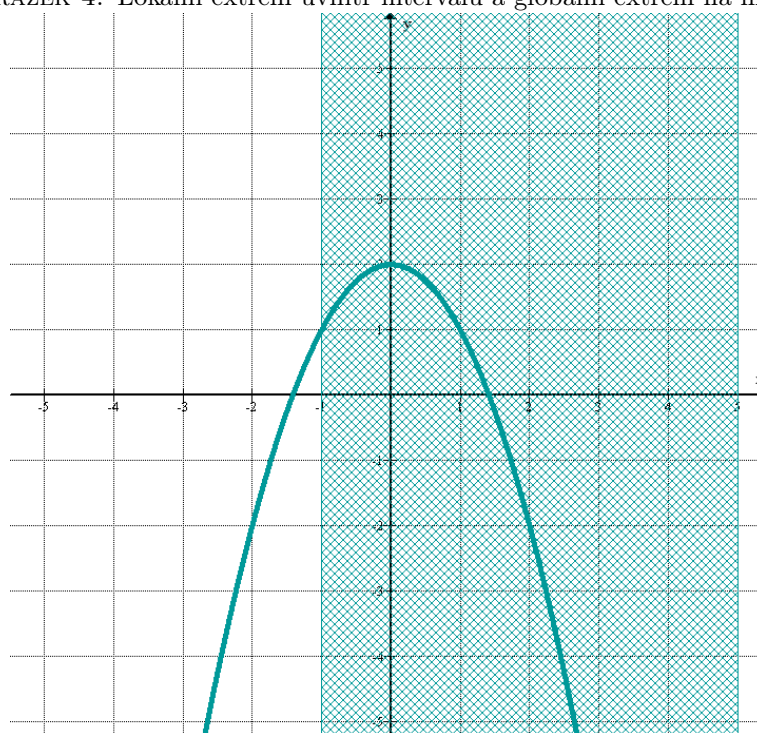
TABULKA 3. Extrémy – body z případu 3

Extrém, který vyjde z derivace:	
[0; 2]	ostré lokální a zároveň globální maximum
Body na hranicích intervalů:	
[ -2; -2 ]	neostře globální minimum
[ 2 ; -2 ]	neostře globální minimum

TABULKA 4. Extrémy – body z případu 4

Extrém, který vyjde z derivace:	
[0; 2]	ostré lokální a zároveň globální maximum
Body na hranicích intervalů:	
[ -1; 1 ]	není na zadaném intervalu ani max ani min
[ 5 ; -23 ]	ostré globální minimum

OBRÁZEK 4. Lokální extrém uvnitř intervalu a globální extrém na hranici



Zdroj: program Graph