

## OBECNÝ POSTUP – GLOBÁLNÍ A LOKÁLNÍ EXTRÉMY FUNKCE JEDNÉ PROMĚNNÉ

(1) Zadání se sestává z předpisu funkce a uzavřeného intervalu. V případě, že není interval zadán, shoduje se s definičním oborem funkce a v tomto případě je třeba definiční obor vypočítat. Naším úkolem je nalézt globální maxima a minima, tj. největší a nejmenší hodnoty funkce na daném intervalu (nebo na definičním oboru), a dále lokální maxima a minima (extrémy) funkce. Jedná se o konkrétní body na grafu a my hledáme jejich souřadnice. Maxima jsou body na grafu s nejvyšší funkční hodnotou ( $y$ -novou souřadnicí) a minima s nejnižší funkční hodnotou.

### (2) Lokální extrémy

- Zderivujeme zadanou funkci.
- Najdeme tzv. „podezřelé body“ – body, v nichž je derivace rovna nule nebo neexistuje.
- Pro „podezřelé body,“ musíme zjistit, zda se jedná o lokální extrémy a když ano, tak jaké jsou kvality (zda se jedná o maximum či minimum, zda je ostré či neostré).

TABULKA 1. Určení kvality extrémů

dle pozice $y$ -nové souřadnice	umístění v intervalu	unikátnost souřadnice
maximum	lokální (neboli relativní)	ostré
minimum	globální (neboli absolutní)	neostré

- Naneseme na číselnou osu zadaný interval, dále „podezřelé body“ body z první derivace. Může se stát, že některé body vyjdou mimo zadaný interval, pak si jich vůbec nevšimáme.
- Zjišťujeme znaménka v intervalech rozdělených těmito body – postupujeme nyní obdobně jako u výpočtu monotonií – vybereme si číslo z každého intervalu, dosadíme vždy do první derivace a zapíšeme k danému intervalu znaménko, které nám vyšlo.  $\boxed{+}$  znamená rostoucí,  $\boxed{-}$  klesající průběh funkce. Jestliže funkce nejprve roste a potom klesá, jedná se o lokální maximum (čteme zleva), jestliže je nejprve klesající a potom rostoucí, vyhodnotíme kvalitu extrémů jako lokální minimum. Může se stát, že nám vyjdou stejná znaménka vedle sebe. V tom případě v daném bodě není lokální extrém (proto se bodům říká „podezřelé,“ nemáme jistotu, že v nich nějaký lokální extrém najdeme).

### (3) Globální extrémy

- Spočteme funkční hodnoty v krajních bodech zadaného intervalu (v krajních bodech nemůže být lokální extrém, pouze globální) a v „podezřelých bodech“.
- Porovnáme funkční hodnoty (tedy  $y$ -nové souřadnice) a jednoduše vidíme, kde je číslo nejvyšší a kde nejnižší (! záleží na souřadnici  $y$  nikoli  $x$ ). V případě, že nejmenší nebo největší hodnota leží uvnitř intervalu, jedná se o globální a zároveň lokální extrém. Je-li největší/nejmenší hodnota v bodě na hranici intervalu, jedná se pouze o extrém globální.