

Diferenciální rovnice

$$y'' - 4y' + 4y = 4x^2 + 2x + 2$$

1)

$$y^2 - 4y + 4 = 0$$

$$(y-2)(y-2) = 0$$

$$y_1 = 2 \quad y_2 = 2$$

$$y = x e^{2x} \cdot C_1 + C_2 \cdot e^{2x}$$

II) volba pravé strany

$$v(x) = Ax^2 + Bx + C$$

$$v'(x) = 2Ax + B$$

$$v''(x) = 2A$$

Dosazení do zadání:

$$2A - 4(2Ax + B) + 4(Ax^2 + Bx + C) = 4x^2 + 2x + 2$$

$$2A - 8Ax - 4B + 4Ax^2 + 4Bx + 4C = 4x^2 + 2x + 2$$

$$x^2: \quad 4A = 4 \Rightarrow \underline{A=1}$$

$$x^1: \quad -8A + 4B = 2 \Rightarrow -8 - 2 = -4B \Rightarrow \underline{B = \frac{5}{2}}$$

$$x^0: \quad 2A - 4B + 4C = 2 \Rightarrow 2 - 4 \cdot \frac{5}{2} + 4C = 2$$

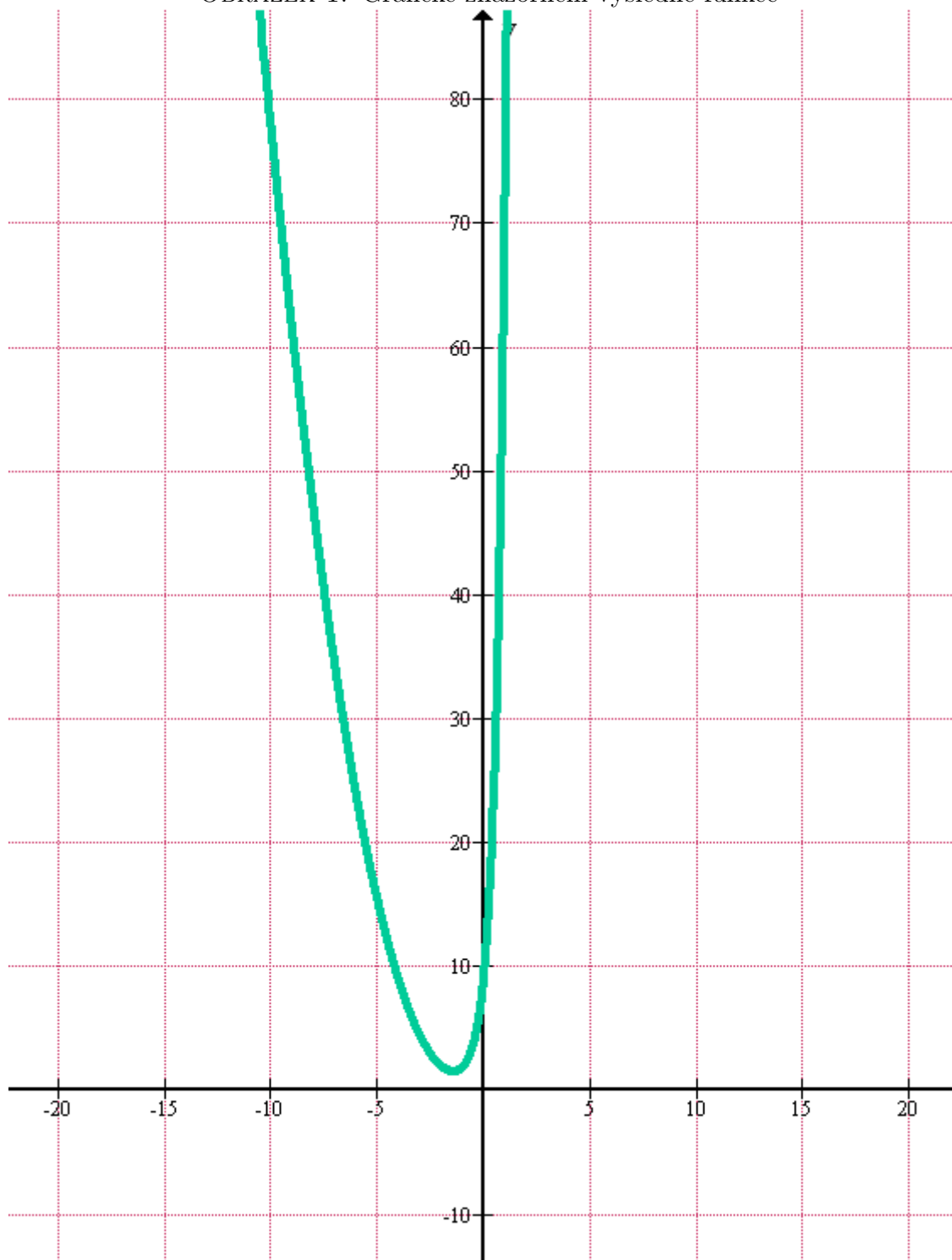
$$2 - 10 + 4C = 2$$

$$\underline{C = \frac{5}{2}}$$

Řešení rovnice:

$$\underline{Y(x) = C_1 \cdot x \cdot e^{2x} + C_2 \cdot e^{2x} + x^2 + \frac{5}{2}x + \frac{5}{2}}$$

OBRÁZEK 1. Grafické znázornění výsledné funkce



Zdroj: program Graph

Neznámými v těchto rovnicích nejsou čísla, ale jsou jimi funkce. Ve výsledku se objevují C_1 a C_2 , tedy libovolně volitelné konstanty. Pro zobrazení těchto funkcí byly náhodně zvoleny konstanty $C_1 = 3$ a $C_2 = 6$.