ZÁKLADNÍ VLASTNOSTI LIMIT FUNKCÍ

Vztahy a vzorce ze skript **Matematika I**, Slavík, V., Wolhmutová, M., 2004.

Níže jsou uvedeny vzorce pro oboustranné limity ve vlastním bodě.

Analogické vzorce platí i pro limity v $\pm\infty$ a také pro limity jednostranné, není-li řečeno jinak může být A také $\pm\infty$.

1) Funkce má v daném bodě nejvýše jednu limitu, tj. je-li $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A$ a $\lim\limits_{x\to a} f(x) = B$, pak je $A = B$;

2) je-li $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A \in \mathbb{R}$ a $\lim\limits_{x\to a} g(x) = B \in \mathbb{R}$, potom je:

$$\lim_{x\to a}(f(x) + g(x)) = A + B;$$

$$\lim_{x\to a}(f(x) - g(x)) = A - B;$$

$$\lim_{x\to a}(f(x) \cdot g(x)) = A \cdot B;$$

$\lim\limits_{x\to a}\left(\dfrac{f(x)}{g(x)}\right) = \dfrac{A}{B}$, samozřejmě za předpokladu, že $B \neq 0$;

3) je-li $f(x) \leq h(x) \leq g(x)$ v nějakém okolí bodu a (s vyjímkou tohoto bodu a) a $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \lim\limits_{x\to a} g(x) = A$, potom je také $\lim\limits_{x\to a} h(x) = A$;

4) $\lim\limits_{x\to a} g(x) = b, \lim\limits_{x\to b} h(x) = A$ a je-li pro každé $x \in D(g), \quad x \neq a$ splněna nerovnost $g(x) \neq$ b, pak je $\lim\limits_{x\to a} h(g(x)) = A$.

Poznámka. Důsledkem právě uvedených vlastností limit jsou i následující dvě vlastnosti:

5) je-li $\lim\limits_{x\to a} f(x) = A \in \mathbb{R}$, potom je $\lim\limits_{x\to a}(k \cdot f(x)) = k \cdot A$ pro libovolné $k \in \mathbb{R}$;

6) je-li $\lim\limits_{x\to a} f(x) = 0$ a je-li funkce $g(x)$ omezená v nějakém okolí bodu a (tj. $\mid g(x) \mid\leq K$, pro nějaké $K \in \mathbb{R}$, potom je $\lim\limits_{x\to a}(f(x) \cdot g(x)) = 0$.